

Corrigé du devoir n°10 (3^{ème} 3 et 3^{ème} 4)

Quelques indications pour le corrigé du devoir (c'est une aide, mais non un corrigé intégral):

- les questions faciles ne sont pas rédigées en détail, parfois seule « une piste » pour la solution est donnée.
- les théorèmes sont indiqués, mais pas toujours cités (dans votre devoir, ils doivent être énoncés),
- les façons de résoudre certaines questions ne sont pas uniques, vous pourrez trouver d'autres manières.
- les figures et les graphiques simples ne sont pas reproduits, ceux reproduits ne le sont pas dans les dimensions exactes.

① $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ de même $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$ et $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$

D'où $A = 2\sqrt{45} + 3\sqrt{12} - \sqrt{20} - 6\sqrt{3} = 2 \times 3\sqrt{5} + 3 \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{3} = 6\sqrt{5} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - 6\sqrt{3} = 4\sqrt{5}$

② Ne pas confondre : développer et factoriser ! Revoir les identités remarquables. Parenthèse précédée de « - »

a) $B = (3x+5)(2-x) - (2-x)^2 = 6x+10-3x^2-5x-4+4x-x^2 = -4x^2+5x+6$

b) $B = (3x+5)(2-x) - (2-x)(2-x) = (2-x)[(3x+5)-(2-x)] = (2-x)[3x+5-2+x] = (2-x)(4x+3)$

c) Il est plus facile de prendre la formule développée pour faire les calculs, et encore ne faut-il pas s'être trompé dans les calculs.

Si $x = 0$ $B = 6$; si $x = -2$ $B = -20$; si $x = \sqrt{3}$ $B = -6 + 5\sqrt{3}$

③ Cet exercice va être revu en classe

④ Attention, pour additionner et soustraire, il faut réduire au même dénominateur, et non pour multiplier ou diviser. Pour diviser deux fractions, on multiplie par l'inverse de la fraction par laquelle on divise ! Toujours simplifier le résultat au maximum.

$$C = \left(\frac{7}{6} - \frac{4}{3}\right) \div \frac{2}{3} = \left(\frac{7}{6} - \frac{8}{6}\right) \times \frac{3}{2} = -\frac{1}{6} \times \frac{3}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$D = \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{4} + \frac{5 \times 3}{8 \times 2 \times 5} = \frac{3}{4} + \frac{3}{16} = \frac{12}{16} + \frac{3}{16} = \frac{15}{16}$$
 Priorité de la multiplication !!!

$$E = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{3 \times 2 \times 2}{2 \times 3 \times 3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$
 Priorité de la multiplication !!!

$$F = \frac{(3+5)^2 + (5-9)^2}{18^2 - 17^2} = \frac{8^2 + (-4)^2}{(18-17)(18+17)} = \frac{64+16}{1 \times 35} = \frac{80}{35} = \frac{16}{7}$$
 Astuces et les identités remarquables !



⑤ Bien préciser le triangle dans lequel on utilise la trigonométrie et indiquer la formule générale.

Pour les calculs vérifier que la calculatrice est bien en mode « degré »

a) Dans le triangle rectangle ABH : $\widehat{BAH} = 90 - 45 = 45^\circ$ (la somme des angles aigus d'un triangle rectangle vaut 90°)

AHB est un triangle rectangle isocèle.

b) $EH = 8 - 2,5 = 5,5$ m.

Dans le triangle rectangle AHE d'après le théorème de Pythagore : $AE^2 = AH^2 + HE^2$ $AE \approx 6$ m
Attention à choisir le bon arrondi !!!

c) Dans le triangle rectangle AEH, $\tan \widehat{AEH} = \frac{AH}{HE} = \frac{2,5}{5,5}$ $\widehat{AEH} = \tan^{-1}\left(\frac{2,5}{5,5}\right) \approx 24,4^\circ$

d) $A_{ABCDE} = A_{BCDE} + A_{ABE} = 8 \times 3 + \frac{8 \times 2,5}{2} = 24 + 10 = 34 \text{ m}^2$

⑥ Attention à donner les résultats dans la bonne unité. Ne pas confondre rayon et diamètre !!!

a) Volume d'un cube de bois : $V_{\text{CUBE}} = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ cm}^3$

Volume de la boule : $V_{\text{BOULE}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times 5^3 = \frac{500}{3} \pi$

Volume perdu : $V_{\text{CUBE}} - V_{\text{BOULE}} = 1000 - \frac{500}{3} \pi \approx 476 \text{ cm}^3$

b) Dans le triangle rectangle OA_1O , d'après le théorème de Pythagore

$OO_1^2 + AO_1^2 = OA^2$ d'où $h = OO_1 = \sqrt{5^2 - 2,5^2} \approx 4,3 \text{ cm}$

⑦ Dans le triangle rectangle ACB : $\cos \widehat{ABC} = \frac{CB}{AB}$ $CB = AB \times \cos \widehat{ABC} = 75 \times \cos 15^\circ \approx 72,44 \text{ cm}$
 $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$ $AC = AB \times \sin \widehat{ABC} = 75 \times \sin 15^\circ \approx 19,41 \text{ cm}$

Revoir notion d'arrondi et de troncature.

Problème

a) Attention, on ne peut pas utiliser la trigonométrie si on n'a pas montré que le triangle est rectangle.

$\cos 30^\circ = \cos \widehat{GAB} = \frac{GB}{AB}$, $AB = \frac{GB}{\cos 30^\circ} = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2 \times 3 = 6$; b) $\sin 30^\circ = \frac{AG}{AB}$, $AG = AB \sin 30^\circ = 3$

c) Dans le triangle rectangle FED, d'après le théorème de Pythagore : $ED^2 = FD^2 + FE^2 = 64 + 36 = 100$ $ED = 10 \text{ m}$
 Attention à la notation, on écrit $ED = 10 \text{ m}$ ou le segment [ED] mesure 10 m.

d) Le périmètre du pentagone vaut : $ED + EA + AB + BC + CD = 10 + 3 + 6 + (8 - 3\sqrt{3}) + 12 = 39 - 3\sqrt{3} \text{ m}$

e) Aire latérale du prisme : $5 \times (39 - 3\sqrt{3}) = 195 - 15\sqrt{3} \text{ m}^2$

f) Aire du rectangle FGCD : $12 \times 8 = 96 \text{ m}^2$.

g) Aire du triangle DFE : $\frac{6 \times 8}{2} = 24 \text{ m}^2$; aire du triangle AGB : $\frac{3\sqrt{3} \times 3}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2$.

h) Aire du pentagone ABCDE : $96 - 24 - \frac{9\sqrt{3}}{2} = 72 - \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2$.

i) Aire totale du prisme : (aire latérale + $2 \times$ aire de la base) : $195 - 15\sqrt{3} + 2 \left(72 - \frac{9\sqrt{3}}{2} \right) = 239 - 24\sqrt{3} \approx 297,4 \text{ m}^2$

Peinture pour la première couche : $298 \div 35 \approx 8,52$ (on prend la valeur par excès) donc il faut 9 pots.

Peinture pour la deuxième couche : (on nécessite 75 % de la quantité de la première couche) soit ;

$\frac{8,52 \times 75}{100} = 6,39$, donc 7 pots.

Si on veut faire au mieux, il faut en quantité : $8,52 + 6,39 = 14,91$; si on utilise la même peinture pour les deux couches, 15 pots vont suffire.

Le devoir n'était pas très difficile, il faut bien lire les énoncés et voir ce qui est demandé.

Il faut toujours se poser la question : ai-je justifié ce que je viens de démontrer ?

Puis, il faut aussi soigneusement vérifier les calculs.

En suivant tous les conseils donnés, vous devriez arriver à rendre de bonnes copies. Courage !